



Math93.com

Devoir Surveillé n°8B

Seconde Bilan

Durée 2,5 heures - Coeff. 10

Noté sur 40 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Fonction polynôme du second degré

8 points

Soit f la fonction polynôme du second degré définie pour tout réel x par :

$$f(x) = (2x + 1)(x - 3) - \left(\frac{2}{3} - x\right)(3 - x)$$

1. Montrer que pour tout réel x on a :

$$f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 5$$

2. Montrer que pour tout réel x on a :

$$f(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$$

3. Donner le tableau de variation de la fonction f en appliquant le cours.

4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Exercice 2. Probabilités

6 points

Une agence de voyage dispose de deux types de prestations : classique ou luxe, et propose, au moment de la réservation, une option d'assurance annulation . Parmi les 100 000 clients de l'agence, le nombre de clients ayant réservé un voyage « classique » est de 60 000 et ceux ayant réservé un voyage de « luxe » de 40 000.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les événements suivants :

- L : « le client a réservé un voyage de luxe »
- C : « le client a réservé un voyage classique ».
- A : « le client a choisi l'option d'assurance annulation ».

On sait alors que :

- 65% des clients ayant réservé un voyage de luxe ont a choisi l'option d'assurance annulation ;
- 30% des clients ayant a réservé un voyage classique ont a choisi l'option d'assurance annulation .

Si besoin, tous les résultats seront arrondis au millième.

1. Calculer $p(L)$ et $p(C)$.
2. Compléter sur l'annexe l'arbre de probabilités.
3. En utilisant l'arbre :
 3. a. Calculer $p(L \cap A)$ et interpréter les résultats dans le cadre de l'exercice.
 3. b. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi un voyage classique et ait souscrit à l'assurance annulation.
 3. c. En déduire la probabilité qu'un client ait choisi l'assurance annulation.
4. On choisit au hasard un échantillon de 100 clients de l'agence, déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence f de clients ayant réservés un voyage « Classique ».

Exercice 3. Géométrie**14 points**

On considère dans le repère orthonormé de l'annexe les points $A(-3 ; 2)$, $B(2 ; -2)$ et $C(6 ; 3)$.

Partie A

1. Déterminer les coordonnées de A' et B' , les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$.
2. Déterminer l'équation des médianes (AA') et (BB') .
3. Montrer que les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC sont les solutions du système :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 14y = 19 \\ 9x + y = 16 \end{cases}$$

4. Résoudre le système et en déduire les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC .

Partie B

On peut dans cette partie supposer que le point A' est de coordonnées $A'(4 ; 0,5)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2. Construire dans le repère de l'annexe le point D tel que :

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$$

3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D .
4. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.
5. Construire le point E tel que :

$$\overrightarrow{AE} = 2 \times \overrightarrow{AA'}$$

6. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E .
7. Démontrer que les points D , C et E sont alignés.

Exercice 4. Étude de Fonctions**12 points****Partie A**

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $] -5 ; +\infty[$ et dont la courbe représentative notée \mathcal{C}_g est tracée sur l'annexe dans le plan muni d'un repère orthonormé :

$$g(x) = \frac{4 - x^2}{2x + 10}$$

1. Par lecture graphique et sans justification, donner le tableau de variations de la fonction g .
2. Résoudre algébriquement l'équation $g(x) = 0$ et interpréter ce résultat graphiquement.

Partie B

Soit h la fonction affine définie sur \mathbb{R} et telle que : $\begin{cases} h(3) = 0 \\ h(-1) = 2 \end{cases}$.

1. Donner une expression de $h(x)$.
2. Quel est le sens de variation de la fonction h ?
3. Tracer la courbe \mathcal{C}_h représentative de la fonction h dans le repère de l'annexe.

Partie C

1. Vérifier que sur l'intervalle $] -5 ; +\infty[$:

$$h(x) - g(x) = \frac{11 - 2x}{2x + 10}$$

2. Calculer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la droite \mathcal{C}_h avec la courbe \mathcal{C}_g
3.
 3. a. Étudier le signe de $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$ sur l'intervalle $] -5 ; +\infty[$, à l'aide d'un tableau.
 3. b. En déduire l'ensemble S des solutions de l'inéquation $h(x) \geq g(x)$.
 3. c. En déduire la position relative des deux courbes \mathcal{C}_h et \mathcal{C}_g .

∞ Fin du devoir ∞

Bonus [2 points]

Résoudre sur l'intervalle $[-10; 10]$ l'inéquation :

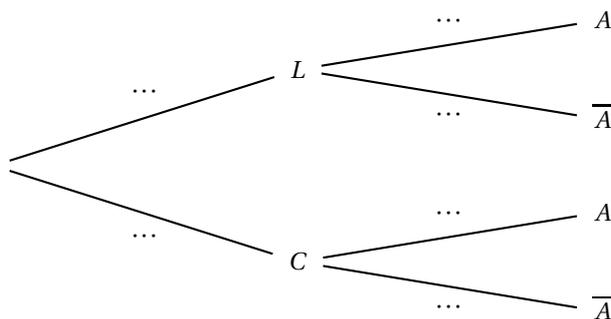
$$2x^3 - 2x^2 - 4x \geq 0$$

Bonus [2 points]

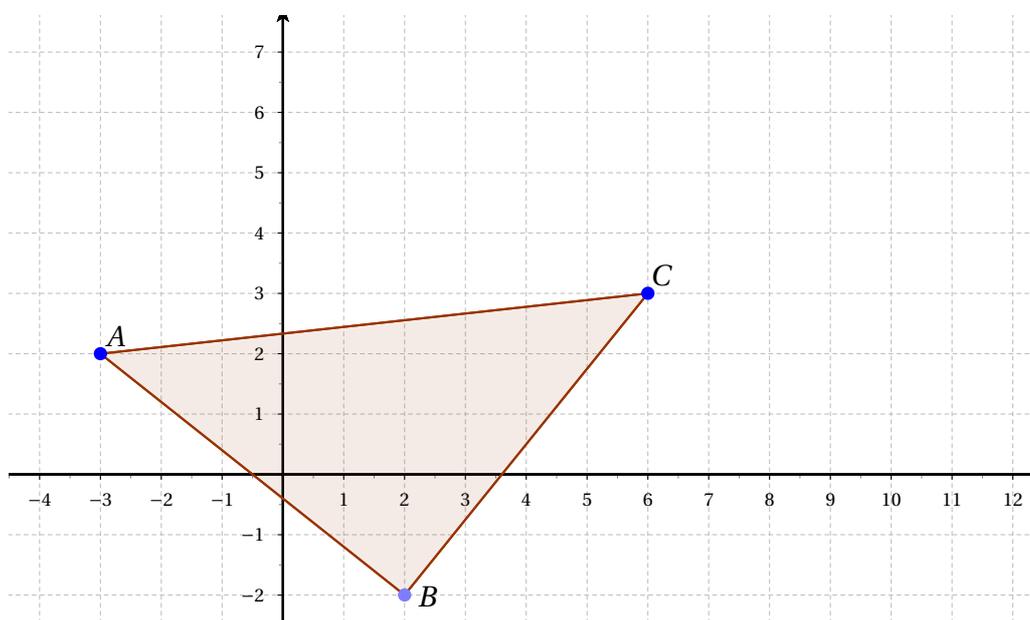
Dans l'exercice 1, étudier la position relative de \mathcal{C}_h par rapport à la droite d'équation $y = x$.

Annexe du DS n°8B à rendre avec la copie

Annexe de l'exercice 2



Annexe de l'exercice 3



Annexe de l'exercice 4

