

Travail de vacances Mathématiques été 2024

Ce fascicule reprend 4 thèmes majeurs de seconde en mathématiques :

- ✓ Notion de fonctions ;
- ✓ Pourcentages (informations chiffrées) ;
- ✓ Calcul littéral ;
- ✓ Probabilités ;

L'idée est de réactiver ces notions durant la période estivale pour ne pas arriver en septembre avec des souvenirs trop lointains !!

Je me permets de vous fixer un objectif atteignable : travailler 6 fois 30 minutes les exercices proposés d'ici la rentrée de septembre. Voici un lien pour vous aider :

<https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-seconde>

Mots clés google : *Yvan Monka, cours par niveau, seconde*

Table des matières

Notion de fonctions.....	2
Pourcentages - Evolutions.....	7
Calcul littéral.....	11
Probabilités.....	15

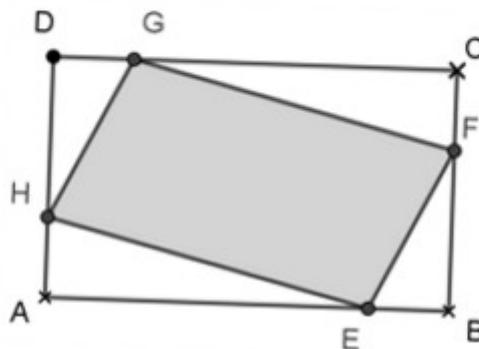
Notion de fonctions

Approches algébriques et graphiques – tableaux de variations et tableaux de signes

Mise en bouche

Un architecte souhaite dessiner la vitrine d'une bijouterie. Cette vitrine, représentée sur le schéma ci-dessous par le rectangle ABCD, mesure 5 mètres de longueur et 3 mètres de hauteur. Elle sera constituée de deux matières, du verre transparent représenté en blanc sur le schéma et du verre teinté représenté en gris.

Les points de fixation E, F, G et H du verre teinté forment le parallélogramme EFGH.



On note x un nombre appartenant à l'intervalle $[0 ; 3]$.

Les longueurs, exprimées en mètre, AH, DG, CF et BE sont égales à x .

1. Calculer l'aire, exprimée en m^2 , du rectangle ABCD.

2. Exprimer les longueur DH et AE en fonction de x .

3. Exprimer l'aire des triangles AEH et DHG en fonction de x .

4. Montrer que l'aire du quadrilatère EFGH est donnée par : $f(x) = 2x^2 - 8x + 15$.

5. Etablir le tableau de valeurs de f entre 0 et 3 avec un pas de 0,5.

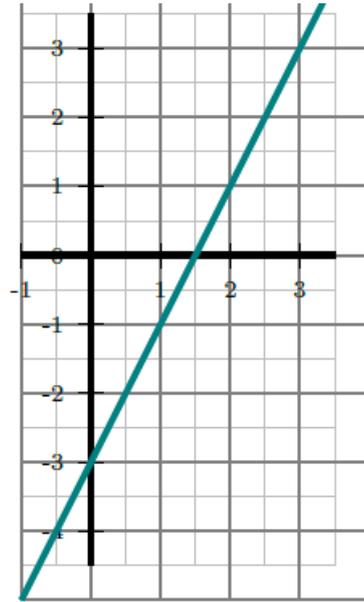
6. On admet que la parabole qui représente graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal a pour sommet le point d'abscisse 2. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 3]$.

Exercice 1

On considère la fonction affine f définie sur

$$\mathbb{R} \text{ par } f(x) = 2x - 3.$$

Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. Déterminer graphiquement l'image de 2 par f . Puis retrouver ce résultat par le calcul.

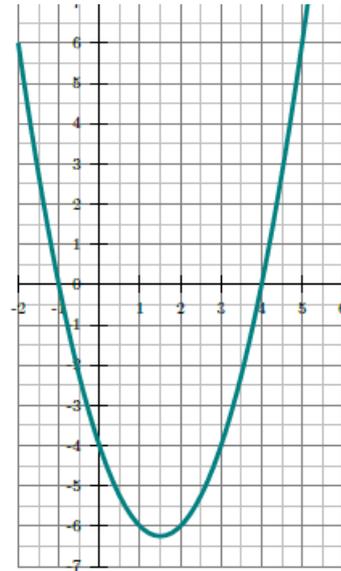
2. Déterminer graphiquement l'antécédent par f de $-0,5$. Puis retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}

par $f(x) = x^2 - 3x - 4$.

Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. Déterminer graphiquement l'image par f de 5. Puis retrouve ce résultat par le calcul.

2. Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f .

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$, puis par le calcul.

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f .

5. Dresser le tableau de signes de la fonction f , graphiquement puis à l'aide de sa forme factorisée. On donne $f(x)=(x+1)(x-4)$.

Pourcentages - Evolutions

PRÉ-REQUIS :

- ✓ Appliquer un pourcentage, calculer un pourcentage ;
 - ✓ Appliquer une augmentation, une diminution ;
 - ✓ Calculer un taux d'évolution, un taux d'évolution global.
-

Exercice 1

Dans un lycée de 1 200 élèves, il y a 700 filles.

Quel est le pourcentage de filles ?

Exercice 2 (sans calculatrice)

Dans un club de sport, il y a 450 adhérents dont 54 pratiquent le volley-ball.

Quel est le pourcentage d'adhérents qui pratiquent le volley-ball ?

Quel est le pourcentage d'adhérents qui ne pratiquent pas le volley-ball ?

Exercice 3 (sans calculatrice)

Vingt-sept pour cent des habitants d'un village de 900 habitants achètent le journal local chaque jour. Combien d'habitants achètent chaque jour le journal local ?

Exercice 4

Trente-cinq pour cent des élèves de Première d'un lycée sont en Première Technologique.

On sait qu'il y a 224 élèves en Première Technologique.

Quel est le nombre d'élèves de Première ?

Exercice 5

Il y a 800 élèves au lycée Alfred Hitchcock. Dans ce lycée,

- 15 % des élèves sont des filles de Première ;
- 48% des élèves de Première sont des filles ;
- 25% des filles du lycée sont en Première.

Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les calculs utiles.

	Filles	Garçons	Total
Premières			
Autres			
Total			

Calculer le pourcentage de Première dans ce lycée.

Exercice 6

Pour les soldes, un commerçant décide d'appliquer une remise de 15% sur tous les articles.

Quel est le prix soldé d'un blouson vendu auparavant 123€ ?

Un pantalon est vendu 94€ pendant les soldes. Quel était son prix avant la période des soldes ?

Pour la deuxième démarque, le commerçant décide d'appliquer une remise supplémentaire de 10%. Quel est le taux d'évolution global ?

Exercice 7

Les ventes de cannettes en Europe ont atteint les 59 milliards d'unités en 2012. Ces ventes ont progressé de 38,3 % entre 2003 et 2008, puis de 12 % entre 2008 et 2012. En 2013, il faut environ 13,2 kg de métal pour fabriquer 1000 cannettes. La masse de métal a diminué de 40 % par rapport à 1969. Entre 1969 et 1984 la masse nécessaire à la fabrication de 1000 cannettes a diminuée de 26 %.

Quel est le taux d'évolution, à 0,1 % près, de la quantité de métal entre 1984 et 2013 ?

**Outils**

- Les calculs avec les taux d'évolution se font uniquement à l'aide des coefficients multiplicateurs ;
- Pour une évolution de $t\%$, le coefficient multiplicateur est $C_M = 1 + \frac{t}{100}$;
S'il s'agit d'une augmentation, t est positif ;
S'il s'agit d'une diminution t est négatif ;
- Le taux d'évolution entre deux grandeurs V_A et V_B est égal à $\frac{V_B - V_A}{V_A}$

Calcul littéral

PRÉ-REQUIS :

- ✓ Maîtriser les identités remarquables et les priorités de développements.
- ✓ Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- ✓ Mettre en évidence une identité remarquable pour factoriser.

Exercice 1 (Développer une expression)

Exemple guidé - Développer des expressions

Recopie et complète les pointillés.

$$A = 2(3x - 1)^2 - (5x + 3)(2 - 3x)$$

$$A = 2(\dots x^2 - \dots + 1) - (10x - \dots + \dots - \dots)$$

$$A = 18x^2 - \dots + 1 - 10x + \dots - \dots + \dots \quad \text{donc } A = \dots$$

En utilisant la même méthode, développe les expressions suivantes :

$$B = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2$$

$$C = 4(x - 6)^2 - 3(5x + 3)(5x - 3)$$

Exercice 2 (factoriser une expression)

Exemple guidé - Factoriser des expressions

Recopie et complète les pointillés.

$$A = 6x + 3 + 4(2x + 1)^2$$

$$A = \dots(2x + 1) + 4(2x + 1)(\dots)$$

$$A = (2x + 1)(\dots + 4(\dots))$$

$$A = (2x + 1)(\dots + 8x + \dots) \quad \text{donc } A = (\dots)(\dots)$$

En utilisant la même méthode, factorise les expressions suivantes :

$$B = 2(5x - 1)^2 + 10x - 2$$

$$C = (x^2 - 4) - (x + 2)^2$$

Exercice 3

Exemple guidé - Factoriser des expressions

Recopie et complète les pointillés.

$$A = 36x^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = (\dots)^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = ((6x) + (\dots))((6x) - (\dots))$$

$$A = (6x \dots)(6x \dots) \quad \text{donc } A = (\dots)(\dots)$$

En utilisant la même méthode, factorise les expressions suivantes :

$$B = (4x - 3)^2 - 25x^2$$

$$C = 49 - (5x + 2)^2$$

Exercice 4Soit x la largeur d'un rectangle. Elle est égale à sa longueur moins 6.1. Exprime le périmètre de ce rectangle en fonction de x .

2. Exprime l'aire de ce rectangle en fonction de x .

3. Calcule son périmètre et son aire si $x = 13\text{cm}$.



Outils



Identités remarquables

• $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

• $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

• $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Probabilités

PRÉ-REQUIS :

- ✓ Notion d'expérience aléatoire et de modélisation (notamment à l'aide d'arbres).
- ✓ Calculs de probabilités.
- ✓ Langage des événements.
- ✓ Réunion et intersection d'événements.
- ✓ Événement contraire.

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, seule une réponse parmi celles proposées est exacte.

1. À Noël, Robin s'est fait offrir la trilogie des films « Batman » (trois films, sortis en 2005, 2008 et 2012). Il insère au hasard l'un des DVD dans son lecteur. Quel est la probabilité que ce soit le film le plus récent ?

- a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{2}{3}$

2. Robin place les trois DVD côte à côte, mais au hasard, sur une étagère. Quelle est la probabilité que les films soient rangés dans l'ordre chronologique de gauche à droite ?

- a. $\frac{1}{6}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{2}{3}$

3. On tire au hasard deux cartes dans un jeu de 32. On note A l'événement : « Obtenir au moins un roi ». L'événement \bar{A} est :

- a. « Obtenir un roi » c. « Obtenir au moins une dame »
b. « N'obtenir aucun roi » d. « Obtenir deux rois »

4. A et B sont deux événements issus d'une même expérience aléatoire.

Sachant que $p(B) = 0,3$; $p(A \cap B) = 0,1$ et $p(A \cup B) = 0,5$, on peut dire que la probabilité de l'évènement A est :

- a. 0,1 b. 0,2 c. 0,3 d. 0,4

5. On lance une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir « Pile » est :

- a. 0,25 b. 0,5 c. 0,75 d. 1

6. On lance 2 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir deux fois « Pile » est :

- a. 0,25 b. 0,5 c. 0,75 d. 2

7. On lance 8 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir huit fois « Pile » est :

- a. $\frac{1}{8}$ b. $\frac{1}{4}$ c. environ 0,001 d. environ 0,004

Exercice 2

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements suivants :

A : « Tirer un trèfle » et B : « Tirer un roi ».

1. Déterminer les probabilités des événements A et B.

2. Définir par une phrase l'événement \bar{A} puis calculer sa probabilité.

3. Définir par une phrase les événements $A \cup B$ et $A \cap B$ puis calculer leur probabilité.

Exercice 3

Une roue de loterie est formée de cinq secteurs. La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Secteur	1	2	3	4	5
Probabilité	0,2	0,25	0,1	p_4	p_5

1. Déterminer p_4 et p_5 sachant que p_5 est le double de p_4 .

2. On lance cette roue puis on attend l'arrêt.

a. Quelle est la probabilité que la flèche indique un multiple de 2 ?

b. Quelle est la probabilité que la flèche indique un secteur avec un numéro inférieur ou égal à 3 ?

Exercice 4

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.

Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10% des élèves contractent la maladie.

De plus, 3% des élèves vaccinés ont la grippe.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Compléter le tableau

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			
Total			

2. On choisit au hasard un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisi.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « L'élève a été vacciné » ;

B : « L'élève a eu la grippe » ;

C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».

3. On choisit au hasard un des élèves non vaccinés. Calculer la probabilité que cet élève ait eu la grippe.
